

Metodología para la modelización matemática y computacional de sistemas complejos

Antonio Caselles

Departament de Matemàtica Aplicada

Universitat de València

(Jubilado)

Esta metodología está:

- **Descrita con detalle en:**

- Caselles, Antonio. (2008). **Modelización y simulación de sistemas complejos**. Ed. Universitat de València.
- (disponible en: <http://www.uv.es/caselles>).

- **Recientemente aplicada en:**

- (a continuación).

Algunas referencias de nuestro grupo

- J.C. Micó, D. Soler, A. Caselles (2006). **Age-structured human-systems population dynamics.** *Journal of mathematical sociology*, 30(1), 1-31.
- J.C. Micó, A. Caselles, D. Soler, T. Sanz, E. Martínez (2008). **A Side-by-Side Single Sex Age-Structured Human Population Dynamic Model: Exact Solution and Model.** *Journal of mathematical sociology*, 32(4), 1-37.
- M. Teresa Sanz, Joan C. Micó, Antonio Caselles, David Soler (2013). **Welfare and Human Population in Austria.** *Systems*, 1 (2), 60-82.
- Antonio Caselles (2013). **An application of fuzzy cognitive maps to improve well-being, sustainability and the globalization process.** *Systems Research and Behavioral Science*, 30, 646-660.
- M. Teresa Sanz, Joan C. Micó, Antonio Caselles, David Soler (2014). **A Stochastic model for population and well-being dynamics.** *Journal of Mathematical Sociology* 38, 1-19.
- Antonio Caselles, David Soler, Maria T. Sanz, Joan C. Micó (2014). **Simulating Demography and Human Development Dynamics.** *Cybernetics and Systems: An International Journal* 45(6), 465-485.
- Maria T. Sanz, Antonio Caselles, Joan C. Micó, David soler (2015). **Including an Environmental Quality Index in a Demographic Model.** *International Journal of Global Warming*, (in press)
- Antonio Caselles (2015). **Trying to evaluate Human Dignity in a social group.** *Advances in Systems Science and Applications*, 15 (1). *Acta Europæana systemica*, 4 (on line) (en español).

Los modelos

- Para un observador O , un objeto M , es un modelo de otro objeto A , en la medida en que O puede obtener de M respuestas a cuestiones que se refieren a A . (Minsky, véase Melése, 1968).

Construcción de modelos

equivale a

Adquisición de conocimiento

El conocimiento

- Definición: **representación de la realidad**
- Sentido general (filosófico): **lo verdadero.**
- Sentido particular (científico): **lo comprobado (y no falsado) (provisionalidad).**

El método científico puede ser resumido así (Wartofsky, 1968):

- **Observación** del **colectivo objeto de estudio.**
- **Formulación de una teoría** que explique las propiedades de sus **elementos** y de las **relaciones entre los mismos.**
- **Experimentación con la teoría** para determinar si las predicciones de eventos relacionados con el colectivo son acertadas o no.
 - Cuando no lo son procede modificar la teoría o
 - aparcar el problema provisionalmente (Kuhn, 1962).

Los sistemas

Definición general: conjuntos de elementos interrelacionados.

Los elementos: entidades u objetos de interés
de cara a un objetivo, propósito o límites.

Las relaciones:

de dependencia o prevalencia (orden): **Estructura.**

de evaluación: **Comportamiento o Función.**

La complejidad

Estructural: muchos elementos y muchas relaciones de orden distintas.
(complicación \longleftrightarrow redundancia)

Funcional o de comportamiento: muchas relaciones funcionales distintas y no evidentes, lo que suele implicar: Incertidumbre, No linealidad, Retroalimentación (dinamismo), Sensibilidad a las condiciones iniciales, Adaptabilidad (estructura y/o función variable).

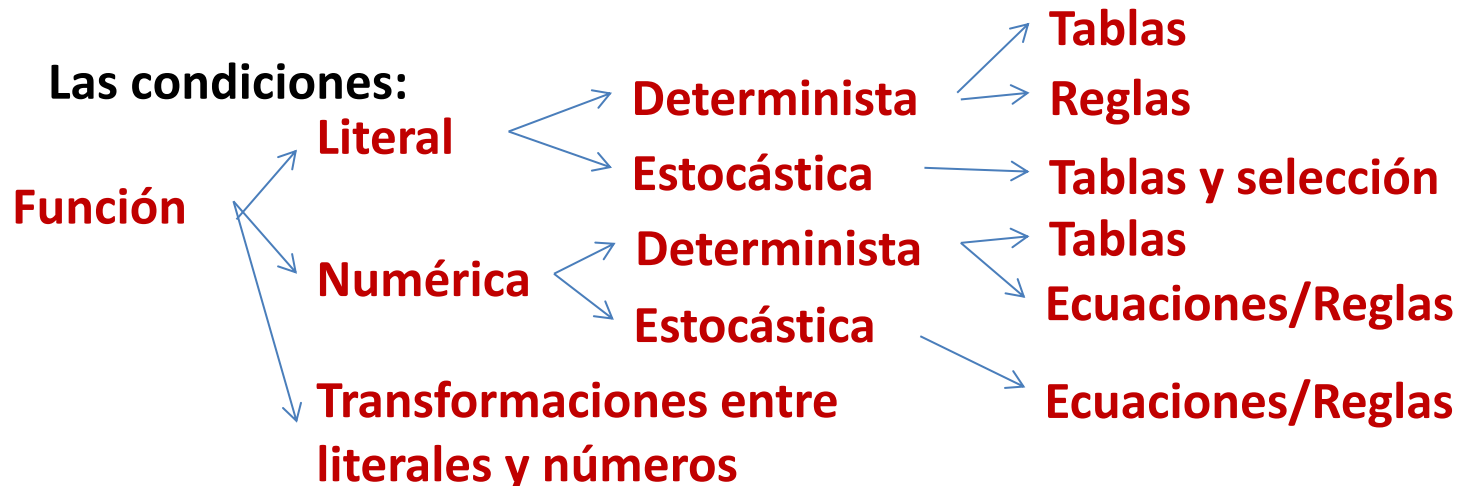
Los problemas

Definición general: trio $\langle D, R, P \rangle$, donde D es el conjunto de datos posibles, R es el conjunto de resultados posibles, y P el conjunto de condiciones del problema (Haeberer et al., 1989). **Problema** \longrightarrow **Toma de decisiones**

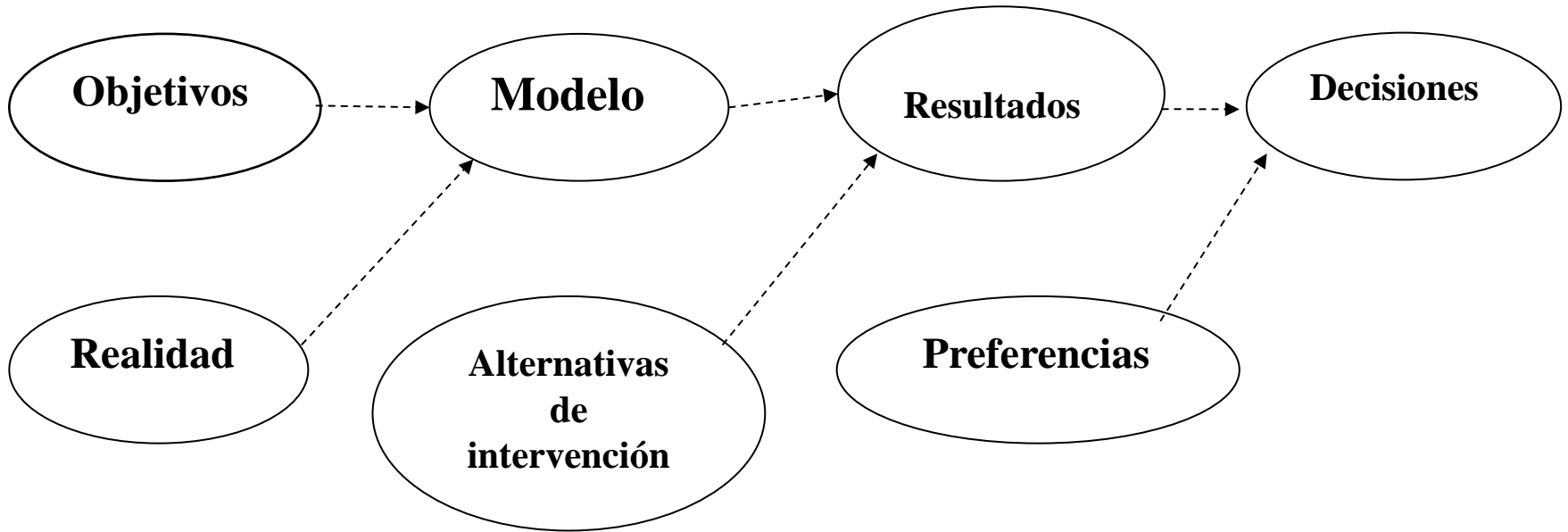
Los datos y resultados:



Las condiciones:



El conocimiento (Los modelos) es la base para la toma de decisiones ante problemas



Problema complejo



Descripción:

- Objetivos
- Asunciones
- Condiciones/Restricciones
- Tipos de datos
- Tipos de resultados

Muchas variables interrelacionadas de manera quizás no evidente



Sistema

(conjunto de elementos interrelacionados)



Modelo simulador

(Artefacto que reproduce el comportamiento del sistema real para sustituirle en la experimentación)

Mental

Físico

Gráfico

Lógico - Matemático

Computerizado

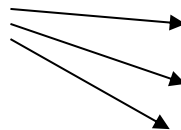
Estático

Dinámico

.....

Variables interrelacionadas por

- Variables de entrada: Datos.
- Variables de salida: Resultados.
- Constantes o cambiantes.
- Escalares o vectoriales.
- Cadenas de caracteres o numéricas.
- Aleatorias o deterministas.
-



Ecuaciones

Tablas

Reglas

La adquisición de conocimiento

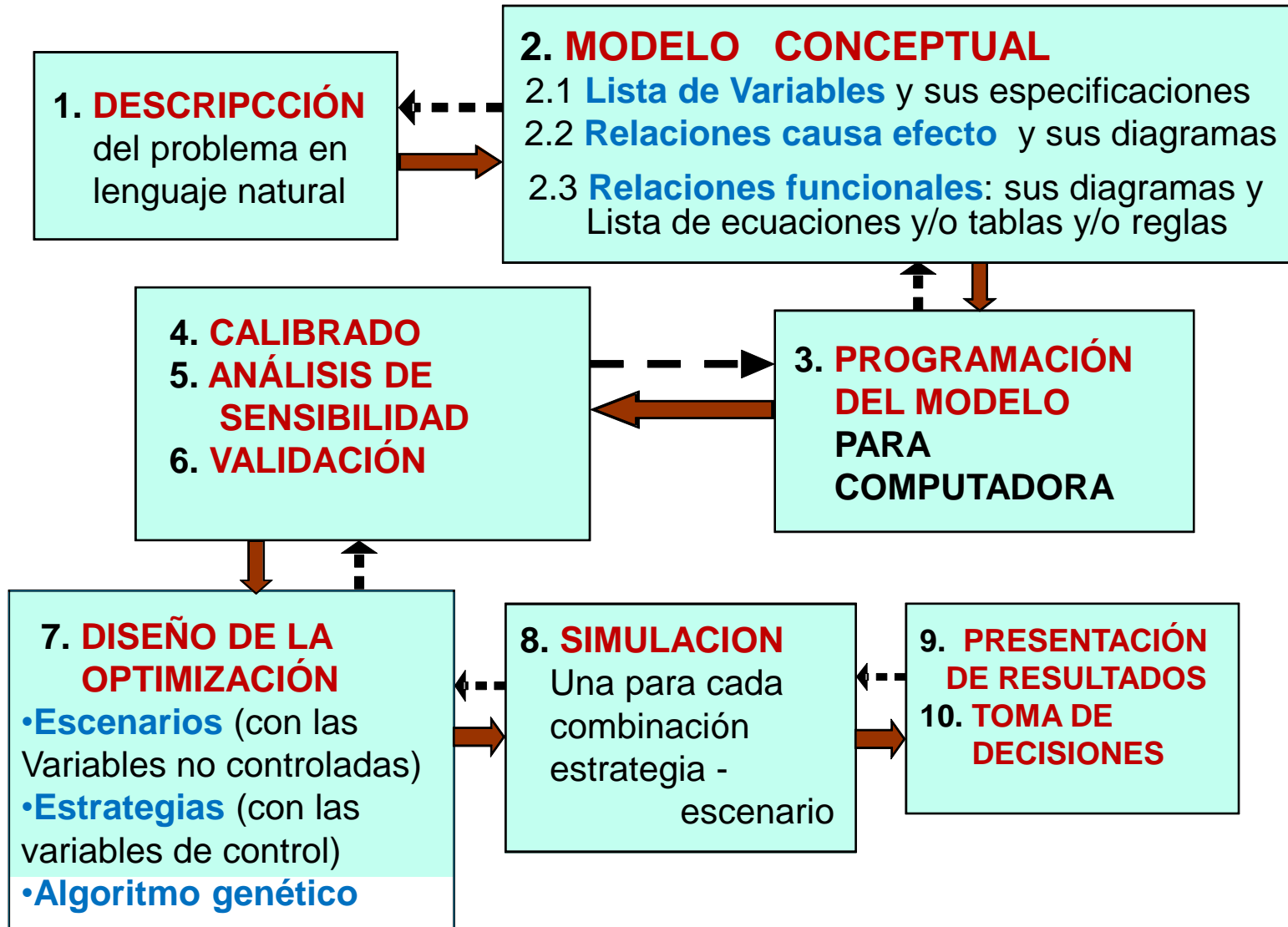
0. **Especificar** claramente el objeto de estudio.
1. **Observar (experimental) y/o recopilar** conocimiento previo sobre el objeto de estudio.
2. **Entender, describir y explicar (hipótesis)** el conocimiento disponible (**intuición**).
3. **Analizarlo: plantearlo como sistema (intuición) (experimentación)**.
 - Identificar y caracterizar sus elementos o componentes relevantes.
 - Identificar y caracterizar las relaciones relevantes entre estos elementos.
4. **Construir un modelo del sistema**: dar forma a su estructura y a su comportamiento.
 - Modelo estático: dibujo, maqueta, diagrama, descripción, base de datos, etc.
 - Modelo dinámico: simulador de vuelo, de coches, etc., programa de ordenador.
5. **Verificar** que el modelo se corresponde con el análisis realizado (posibles errores).
6. **Validar** el modelo (tesis): asegurarse de que es adecuado para el fin para el que fue creado (**crítica) (predicciones y comprobación de las mismas)**).
7. **Usar** el modelo para el fin para que fue creado (resolver un problema, optimizar algo, ayudar a tomar decisiones, decorar una vivienda, diseñar una novela, etc.).

SE ASUME:

1. Todo conocimiento se considera **provisional y perspectivista**.
2. Todo modelo es una **simplificación de la realidad** (grado de ajuste variable).
3. En cada fase del proceso se suele **volver atrás y modificar** todo o parte de lo anterior.
4. Este proceso es lo suficientemente **general** como para aplicarlo en cualquier campo.

METODOLOGÍA DE MODELIZACIÓN GENERAL

trama que guía un conjunto organizado de métodos



Métodos para construir y analizar modelos

- **Métodos cualitativos**

- *Sentido común*: ventajas, desventajas, factores, relaciones...
- *Consulta a expertos*: Delphi, escenarios, ...
- *Análisis histórico*: Ascenso y descenso de las hegemonías.

- **Métodos semi-cualitativos**

- *Mapas cognitivos difusos*: influencias directas + indirectas.
- *Simulación con un modelo de impactos cruzados*.

- **Métodos cuantitativos**

- *Simulación con un modelo de Dinámica de Sistemas*.
- *Análisis de sensibilidad*: se asume un modelo de caja negra

.

Ventajas de los modelos matemáticos y la simulación

- **Obtención de estimaciones precisas**, dinámicas si se desea y con intervalos de confianza en el caso de que se usen modelos estocásticos.
- **Determinación precisa de las estrategias de intervención:** Valores numéricos para las variables de control y distribuciones de probabilidad para las variables aleatorias.
- **Determinación precisa de las condiciones posibles del entorno incontrolable:** valores numéricos para las variables de entrada incontrolables en cada posible escenario, así como las probabilidades de los escenarios.

Métodos cuantitativos

Esbozando métodos posibles: **Dinámica de sistemas**

- El modelo matemático construido teóricamente puede reducirse a un **sistema de ecuaciones diferenciales** o en diferencias finitas .
- **La incertidumbre** puede localizarse en las variables de entrada (puede conocerse su distribución de probabilidad) o en funciones determinadas por ajuste (lineal or no-lineal) .
- **El modelo ha de ser validado**, normalmente por simulación del pasado y comparando sus resultados con los datos reales.
- **Las estrategias de intervención** se definen asignando valores futuros a las variables de entrada controlables y los escenarios se definen igualmente con las no controlables.
- Con estos datos se obtiene **la evolución de cada variable de salida** (con su correspondiente intervalo de confianza u otra medida de incertidumbre en los modelos estocásticos).
- Otros métodos de optimización también pueden aplicarse.

Métodos cuantitativos

Esbozando métodos posibles: **Análisis de sensibilidad**

- **Asume la presencia de un modelo de caja negra**, es decir, solamente se consideran los valores de las variables de entrada y de las variables de salida relevantes, sin interesar la estructura interna del sistema.
- **Se ajusta una función lineal o no-lineal a una serie de datos** de una variable de entrada y una variable de salida.
- **Se infiere el efecto de una unidad más en una variable de entrada sobre la correspondiente variable de salida** a partir de las funciones ajustadas.
- Se puede trabajar con datos reales o con datos simulados.
- Un caso de aplicación se encuentra en:

Caselles, A., Ferrer, L., Martínez de Lejarza, I., Pla, R. & Temre, R. (1999). *Control del desempleo por simulación*. Valencia (España): Editorial de la Universitat de València.

Métodos cuantitativos y semi-cuantitativos

Herramientas de nuestro grupo

- Herramienta de programación automática: SIGEM
- Buscador y ajustador de funciones: REGINT
- Extrapolador de tendencias por intervalo: EXTRAPOL
- Analizador de mapas cognitivos difusos: DIFU
- Simulador de impactos cruzados: CISTE
- Teoría: Modelización de Sistemas Complejos
- Accesible libremente en: <http://www.uv.es/caselles>

Ejemplo 1: Demografía elemental

Descripción del problema

Objetivos.

1. El gobierno de un país desea estimar los efectos a largo plazo de determinadas campañas publicitarias (antitabaco, anti-alcohol, etc.) y de fomento de la natalidad (premios, conciliación de la vida laboral y familiar, etc.) sobre el número de habitantes de dicho país.

Restricciones.

1. El país se considera de manera global (no por regiones).
2. La unidad de tiempo será el año.
3. El gobierno no controla el saldo migratorio.

Tipos de datos.

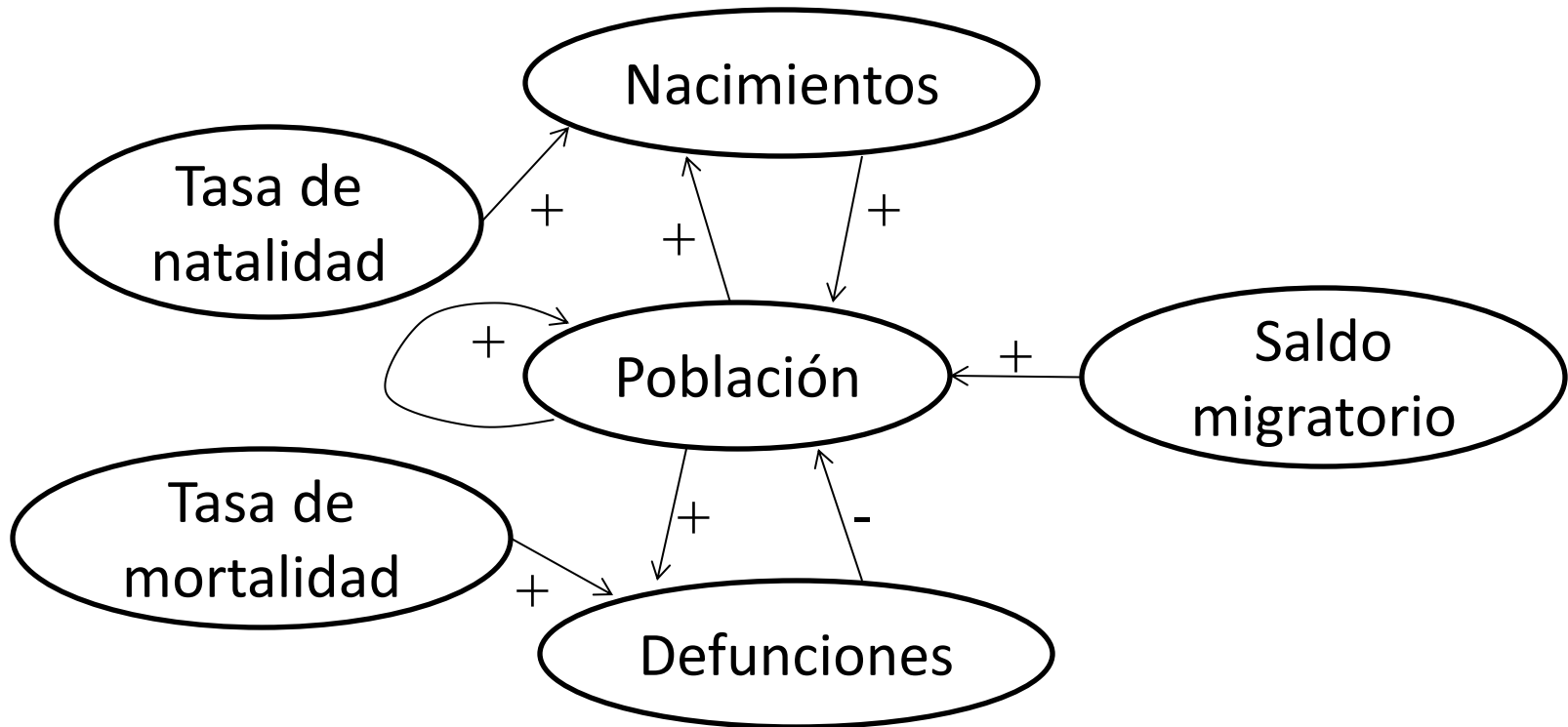
1. Datos históricos de estadísticas oficiales.
2. No interesa la desagregación por cohortes de edad.

Tipos de resultados.

1. Evolución del número de habitantes por años durante los próximos 5 años.
2. Evolución del número de nacimientos por años durante los próximos 5 años.
3. Evolución del número de defunciones por años durante los próximos 5 años.

Demografía elemental

Diagrama causal



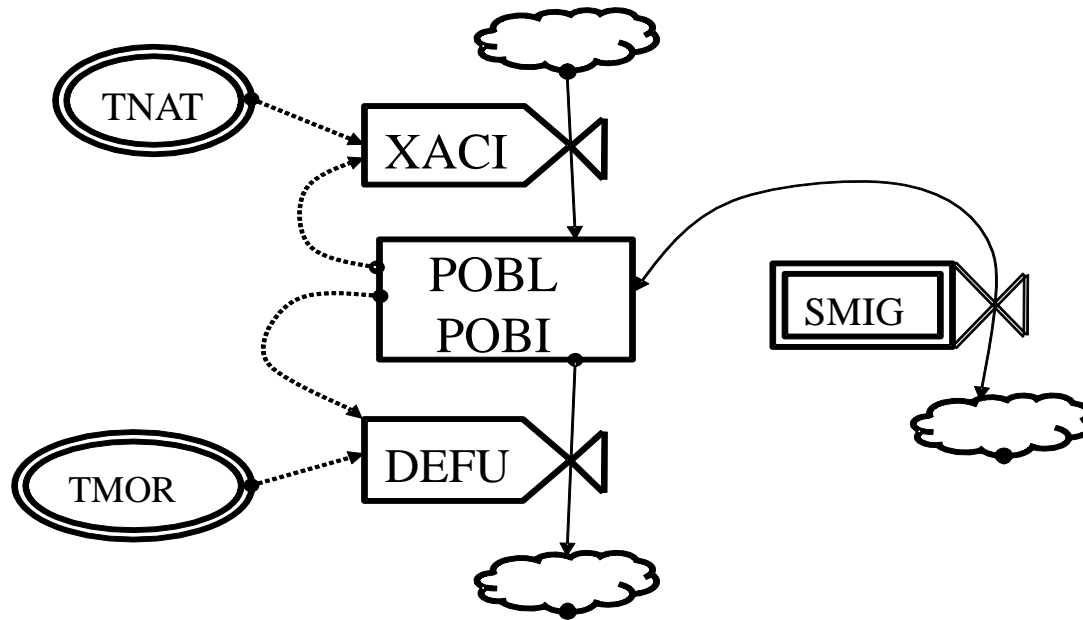
Demografía elemental

Lista de variables

POBI	Población a principio de año
POBL	Población a final de año
XACI	Nacimientos
DEFU	Defunciones
TNAT	Tasa de natalidad
TMOR	Tasa de mortalidad
SMIG	Saldo migratorio

Demografía elemental

Diagrama hidrodinámico o de Forrester

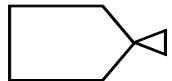


Interpretación de los iconos

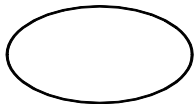
del diagrama hidrodinámico o diagrama de Forrester



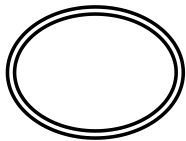
Nivel. Algo que se acumula



Flujo que aumenta o disminuye un nivel.



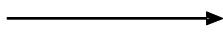
Variable auxiliar o de salida estricta.



Variable de entrada o parámetro (datos para el modelo).



Fuente o sumidero.



Material que se mueve.



Información o influencia.

Demografía elemental

Lista de funciones

(ecuaciones, tablas o reglas lógicas)

- XACI $xaci = pobi * tnat / 1000$
- DEFU $defu = pobi * tmor / 1000$
- POBL $pobl = pobi + xaci - defu + smig$

Programación para la computadora

- Lenguajes de programación de tipo general (C, PASCAL, BASIC, etc.).
- Lenguajes de simulación (GPSS, SIMSCRIPT, SIMULA, QNAP2, STIMS, etc.)
- Cajas de herramientas (MATLAB, MATHEMATICA, etc.)
- Interpretadores de descripciones (Inter-SIM, HOCUS, STELA, VENSIM, etc.)
- Generadores de aplicaciones (DRAFT, eLSE, GASPE, **SIGEM**, etc.)

El generador de aplicaciones SIGEM

- **Recaba del usuario** la información correspondiente a:
 - **la lista de nombres** de los elementos del sistema y sus características
 - **la lista de las relaciones funcionales** entre los mismos.
- **Genera tres programas** en lenguaje fuente Visual Basic 6:
 - El gestor de datos
 - El simulador
 - El gestor de resultados

Validación del modelo

Lo más frecuente: predicción del pasado.

- **Para valores calculados (uno por uno):**

$$\text{Error (\%)} = \frac{|\text{Valor real} - \text{Valor estimado}|}{\text{Valor real}} \cdot 100$$

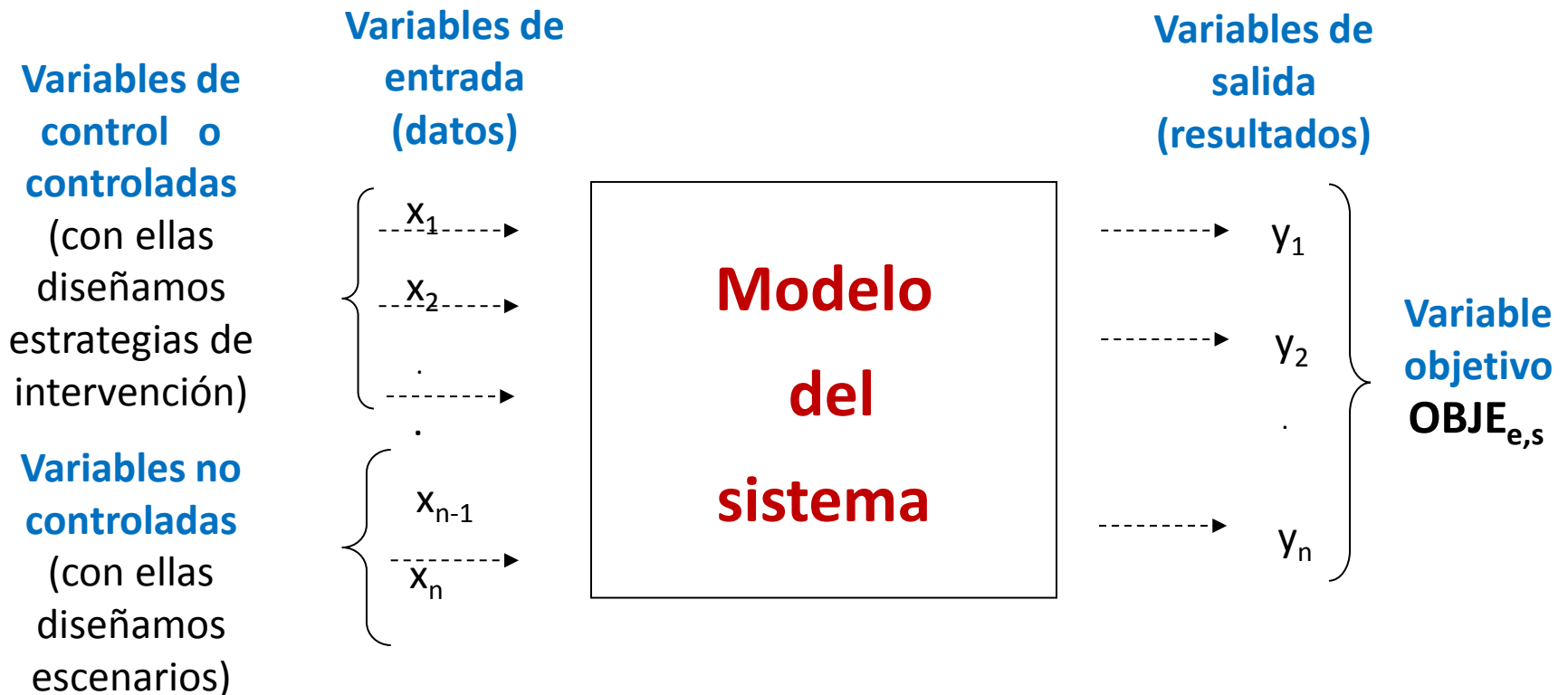
- **Para el modelo global:**

$$R^2 = \frac{(\sum(\text{Valor real} - \text{Valor real medio})(\text{Valor estimado} - \text{Valor estimado medio}))^2}{(\sum(\text{Valor real} - \text{Valor real medio})^2)(\sum(\text{Valor estimado} - \text{Valor estimado medio})^2)}$$

Diseño de experimentos sobre el modelo

Formalización del método de los escenarios y las estrategias

Normalmente la situación con la que nos encontramos es la siguiente:



Y lo que tenemos que hacer es lo siguiente:

1. **Definir la variable objetivo a partir de las variables de salida:** la llamaremos OBJE.
2. **Definir la variable objetivo intertemporal (si estamos en un sistema dinámico):** la llamaremos $Y_{e,s}$ pues tiene un valor para cada escenario e y para cada estrategia s .
3. **Definir los escenarios y las estrategias.**
 - **Escenario:** conjunto de valores distribuidos a lo largo del tiempo para las variables no controlables o no controladas. Se le da un nombre asociado a una situación del entorno.
 - **Estrategia:** conjunto valores de las variables de control distribuidos a lo largo del tiempo. Se le da un nombre asociado a un tipo de acción.
4. **Calcular $Y_{e,s}$.** Se obtiene sumando o promediando los valores de la variable objetivo a lo largo del tiempo.

$$Y_{e,s} = \sum_t OBJE_{e,s}$$

5. **Asignar probabilidades a los escenarios** (normalmente con opiniones de expertos): P_e .
6. **Calcular el valor de cada estrategia.** Se obtiene sumando los productos $Y_{e,s} \cdot P_e$.

$$Z_s = \sum_e Y_{e,s} \cdot P_e$$

7. **Seleccionar la estrategia óptima.** Se consigue encontrando el valor mayor de Z_s

$$Z_{opt} = \max_s Z_s$$

Demografía elemental

Veamos como quedaría el método de los escenarios y estrategias con este modelo

- **Variable objetivo:** la población
- **Variables de control:** las tasas de natalidad y mortalidad
(Ambas se podrían controlar con ayudas económicas y campañas publicitarias).
- **Variable de escenario** (no controlada): el saldo migratorio.
- **Estrategia 1:** Campaña de fomento de la natalidad.
- **Estrategia 2:** Campaña de reducción de la mortalidad
(anti tabaco y anti accidentes de tráfico).

Definición de las estrategias:.

	Estrategia 1: Pro-natalidad		Estrategia 2: Pro-salud	
Años	TNAT	TMOR	TNAT	TMOR
1	10.1	9.1	10.1	9.1
2	10.2	9.1	10.1	9.0
3	10.3	9.0	10.2	8.9
4	10.5	9.0	10.2	8.7
5	10.7	8.9	10.3	8.5

Definición de los escenarios

AÑOS	Escenario 1: invasión	Escenario 2: integración
	SMIG	SMIG
1	40000	20000
2	45000	20000
3	50000	25000
4	60000	25000
5	80000	27000

Combinación de escenarios y estrategias:

crearemos cuatro ficheros de datos.

	Invasión	Integración
Pro-natalidad	Datos 1	Datos 2
Pro-salud	Datos 3	Datos 4

Demografía elemental

Versión estocástica

Obtención de resultados con intervalos de confianza

Disponemos de series de datos del pasado de TNAT de TMOR y de SMIG

Ajustamos con REGINT una función del tiempo a cada serie.

REGINT nos proporciona dos funciones :

Una que nos da **la media en función del tiempo**

Otra que nos da **la desviación típica en función del tiempo**

En el Programa SIGEM estas funciones entrarían tal cual, como funciones del tiempo, t , .
generándose, con los programas producidos por SIGEM, los resultados de las variables de salida como bandas de previsión.

En el caso de desear simular escenarios y estrategias.

El programa EXTRAPOL extrapola SMIG con intervalos de confianza
generando **una banda de previsión en lugar de una curva.**

Se podrían definir tres **escenarios: optimista, tendencial y pesimista**,
que corresponderían a las curvas superior, media e inferior de las bandas
extrapoladas de SMIG.

Las **estrategias** se definirían como medias y desviaciones típicas funciones del tiempo
según estimaciones de los que tendrían que aplicarlas.

Ejemplo 2:

Parejas

Ampliamos el modelo Demografía Elemental considerando que **las parejas pueden divorciarse.**

Las tasas de divorcios y de matrimonios son aleatorias pero siguen las respectivas tendencias del pasado.

Estas tasas se ajustan mediante el programa REGINT a las variables que pueden tener influencia sobre ellas: coen, pibh, gmed, gprs.

Estúdiense las listas de variables y funciones siguientes (que son las entradas de SIGEM):

TDIV Tasa de divorcios (div+sep+nul)*1000/poblacion

[ince=s;cval=14;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

POBL Poblacion a final de año

[ince=n;cval=..;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=s;inic=POBL;tabl=n;npun=..;]

POBI Poblacion a principio de año

[ince=s;cval=0;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

TMAT Tasa de matrimonios por cada 1000 habitantes

[ince=s;cval=14;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

COEN Consumo de energia(Tm petroleo/100 Hab)

[ince=n;cval=14;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

PIBH Producto Interior Bruto por Habitante (€/Año)

[ince=n;cval=14;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

GMED Gasto medio por habitante (€/Año)

[ince=n;cval=14;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

GPRS Gasto protección social (€/Año)

[ince=n;cval=14;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

XACI Nacimientos [ince=n;cval=0;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

DEFU Defunciones [ince=n;cval=0;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

TNAT Tasa de Natalidad [ince=n;cval=14;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

TMOR Tasa de Mortalidad [ince=n;cval=14;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

SMIG Saldo Migratorio [ince=n;cval=14;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

XATR Matrimonios [ince=n;cval=0;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

DIVO Divorcios [ince=n;cval=0;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

PARE Parejas a fin de año

[ince=n;cval=0;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=s;inic=PARI;tabl=n;npun=..;]

PARI Parejas a principio de año

[ince=s;cval=0;ndim=0;d1=.;d2=.;esta=n;inic=....;tabl=n;npun=..;]

La lista de funciones sería:

```
TMAT h=1.560639858531340e+001+5.676054183811840e-  
      003*(coen*10)*(pibh)-2.945479120065560e+000*sqr(gmed)  
      s=0.080517*sqr(1+1/15+0.000094296810*(coen*10*pibh-  
      403.368005)^2+20.206693726304*(sqr(gmed)-4.333173)^2-  
      2*0.043011114874*(coen*10*pibh-403.368005)*(sqr(gmed)-  
      4.333173))  
TDIV h=11.591269-12.030491*exp(-0.1*gprs)  
      s=0.080180*sqr(1+1/15+23.606967*(exp(-0.1*gprs)-  
      0.745145)^2)  
XACI xaci=pobi*tnat/1000  
DEFU defu=pobi*tmor/1000  
POBL pobl=pobi+xaci-defu+smig  
XATR xatr=pobi*tmat/1000  
DIVO divo=pobi*tdiv/1000  
PARE pare=pari+xatr-divo
```

Ejemplo 3:

Hormigueros

En una zona con hormigueros, las hormigas pueden colonizar o abandonar la zona.

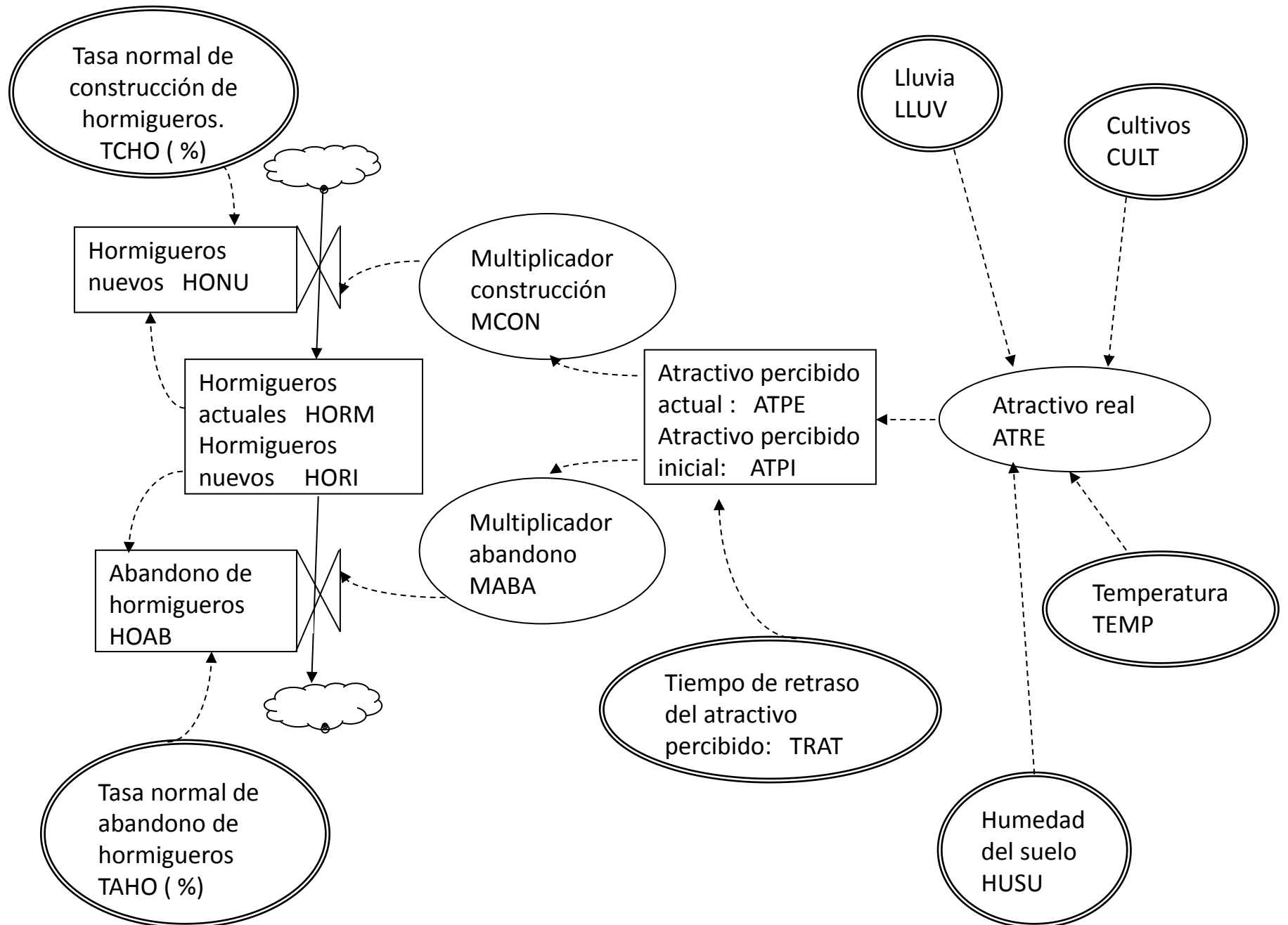
Hay atractivos de la zona que pueden tardar en percibirse.

Sobre el atractivo puede influir la lluvia, nuevas fuentes de alimento, etc.

Estúdiese la lista de variables y el diagrama siguiente:

La lista de variables sería:

HORM cantidad de hormigueros
HORI cantidad inicial de hormigueros
HONU nuevos hormigueros
LLUV cantidad de lluvia media de la zona
CULT cantidad de cultivos (%)
TEMP temperatura media de la zona
HUSU humedad media del suelo en la zona
HOAB abandono de hormigueros
ATPE atractivo de la zona percibido por las hormigas
ATPI atractivo de la zona percibido inicialmente por las hormigas
TCHO tasa normal de construcción de hormigueros
TAHO tasa normal de abandono de hormigueros
MCON multiplicador para la construcción de hormigueros
MABA multiplicador para el abandono de hormigueros
TRAT tiempo de retraso en la percepción del atractivo de la zona por las hormigas
ATRE atractivo real de la zona para las hormigas



La lista de funciones sería:

HONU $\text{honu} = \text{hori} * \text{tcho}/100 * \text{mcon}$

HOAB $\text{hoab} = \text{hori} * \text{taho}/100 * \text{maba}$

HORM $\text{horm} = \text{hori} + \text{honu} - \text{hoab}$

ATPE $\text{atpe} = \text{atpi} + 1/\text{trat} * (\text{atre}-\text{atpi})$

ATRE $\text{atre} = f(\text{lluv}, \text{cult}, \text{temp}, \text{husu})$
`f obtenida por ajuste

MCON $\text{mcon} = \text{tabla}(\text{atpi})$
`tabla dada por expertos y calibrada

MABA $\text{maba} = \text{tabla}(\text{atpi})$
`tabla dada por expertos y calibrada

Las variables de entrada (datos) las podríamos clasificar así:

➤ Variables de escenario:

- LLUV Cantidad de lluvia media de la zona
- TEMP Temperatura media de la zona

➤ Variables de control o intervención

- CULT cantidad de cultivos
- HUSU humedad media del suelo en la zona

➤ Parámetros

- TRAT tiempo de retraso en la percepción del atractivo de la zona por las hormigas
- TCHO tasa normal de construcción de hormigueros
- TAHO tasa normal de abandono de hormigueros

**Contribuye a construir un mundo
con mejor calidad-de-vida/felicidad**

Muchas Gracias